DM 4

Exercice 1 : Cycle de Brayton d'un hélicoptère

Le cycle de Brayton permet de décrire le fonctionnement d'une turbine à gaz, constituée d'un arbre mis en rotation par la combustion d'hydrocarbures. Ce type de machine thermique est utilisé dans les moteurs des hélicoptères, ainsi que pour certains autres véhicules, mais permet aussi de produire de l'électricité.

Dans cet exercice, nous assimilons le gaz étudié à un gaz parfait dont le rapport des capacités thermiques est $\gamma = 1{,}4$. Le cycle subi par le gaz est constitué des quatre transformations suivantes, considérées réversibles :

- transformation $A \longrightarrow B$: compression adiabatique dans un compresseur ;
- transformation $B \longrightarrow C$: apport d'énergie thermique à la pression constante P_B dans un échangeur de chaleur ;
- transformation $C \longrightarrow D$: détente adiabatique dans une turbine ;
- transformation $D \longrightarrow A$: dégagement d'énergie thermique à la pression constante P_A dans un échangeur de chaleur ;

et on note $r = \dfrac{P_A}{P_B}$ le rapport de pression.

1. Identifier la transformation du cycle au contact de la source chaude, ainsi que celle au contact de la source froide.

2. Représenter l'allure du cycle dans un diagramme de Clapeyron.

3. Exprimer le rendement du cycle en fonction de γ et r.

4. Commenter l'influence du rapport r sur le rendement du cycle.

On considère un moteur d'hélicoptère générant une puissance mécanique $P_{\text{m}} = 100\,\text{kW}$ en consommant un volume $V = 40\,\text{L}$ de kérosène pendant un vol d'une durée $\Delta t = 1\,\text{h}$. La densité du kérosène est $d = 0{,}8$, et sa combustion produit une énergie massique $e = 43\,\text{MJ/kg}$.

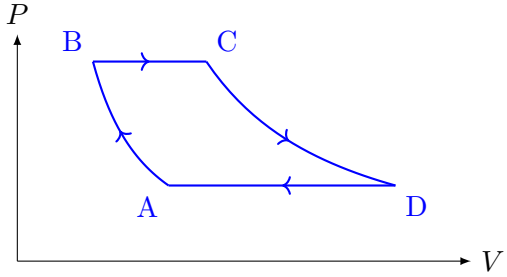
5. Estimer le rendement de ce moteur, puis en déduire le rapport r correspondant en supposant que celui-ci suit un cycle de Brayton.

Correction :

1. Comme le gaz reçoit de l'énergie thermique au cours de la transformation $B \longrightarrow C$, il est au contact de la source chaude.

Comme le gaz donne de l'énergie thermique au cours de la transformation $D \longrightarrow A$, il est au contact de la source froide.

2. On représente l'allure du cycle dans un diagramme de Clapeyron :



3. Le rendement du cycle moteur s'exprime : $\eta = -\dfrac{W}{Q_{\text{c}}} = -\dfrac{W}{Q_{BC}}$.

L'application du premier principe sur le cycle donne : $\Delta U = W + Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA} = 0$, avec $Q_{AB} = Q_{CD} = 0$ pour ces transformations adiabatiques, d'où : $\eta = \dfrac{Q_{BC} + Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \dfrac{Q_{DA}}{Q_{BC}}$.

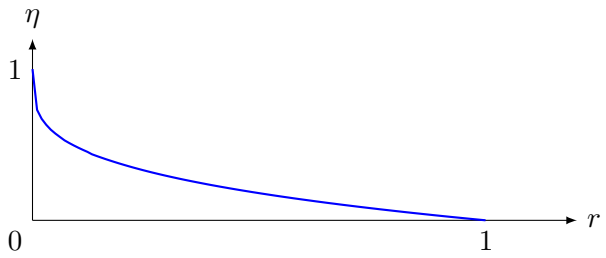
On peut exprimer pour les transformations isobares : $Q_{BC} = \Delta H_{BC} = C_{\text{p}}\,(T_C - T_B)$ et $Q_{DA} = C_{\text{p}}\,(T_A - T_D)$, d'où : $\eta = 1 + \dfrac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$.

Pour exprimer les températures, on applique la loi de Laplace lors des transformations adiabatiques :

- $P_A^{1-\gamma}\,T_A^{\gamma} = P_B^{1-\gamma}\,T_B^{\gamma}$, d'où : $T_B = T_A\left(\dfrac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_A\,r^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$;
- $P_C^{1-\gamma}\,T_C^{\gamma} = P_D^{1-\gamma}\,T_D^{\gamma}$, avec $P_C = P_B$ et $P_D = P_A$, d'où : $T_D = T_C\left(\dfrac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_C\,r^{-\frac{1-\gamma}{\gamma}}$;

d'où finalement : $\eta = 1 + \dfrac{T_A - T_C\,r^{-\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{T_C - T_A\,r^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} = 1 + \dfrac{T_A\,r^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - T_C}{T_C - T_A\,r^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}\,r^{-\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 1 - r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$.

4. Comme $r = \dfrac{P_A}{P_B} < 1$ sur le cycle, on représente l'évolution de η en fonction de r :



On en conclut qu'il faut diminuer le rapport de pression pour augmenter le rendement du moteur.

5. La combustion du kérosène génère une puissance : $P_\mathrm{c} = \dfrac{e\,d\,\rho_\mathrm{eau}\,V}{\Delta t}$, d'où le rendement de ce moteur : $\eta = \dfrac{P_\mathrm{m}}{P_\mathrm{c}} = \dfrac{P_\mathrm{m}\,\Delta t}{e\,d\,\rho_\mathrm{eau}\,V} = 0{,}3$.

Le rapport correspondant est : $r = (1-\eta)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 0{,}3$.